

# MAJORANA MATRİSLERİ

---

Özgür GÜLTEKİN

**İstanbul Üniversitesi**  
*Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği*

# Ettore Majorana

---

*“Bilim insanları için pek çok kategori vardır: İkinci ve üçüncü düzey insanlar, bunlar kendi işlerinin en iyisini yaparlar, fakat çok öteye gidemezler; aynı zamanda birinci sınıf insanlar vardır, bunlar büyük keşifler yaparlar ve bilimin gelişmesinde temel işlevi yüklenenler de bunlardır. Fakat bunların yanı sıra dehalar vardır, örneğin Galileo ve Newton gibi. İşte Ettore Majorana bunlardan birisiydi.*

*(Enrico Fermi)*

---

# Ettore Majorana

---



# Ettore Majorana'nın İlginç Yaşamından...

---

- *Fermi, Heisenberg ve pek çok ışık saçan fizikçinin dostu.*
  - *Akademik basamakları çok hızlı çıkıyor.*
  - *Fermi'nin desteği ve tutkulu isteği ile Napoli'de teorik fizik kürsüsüne profesörlük için başvurdu.*
  - *Atandıktan 2 ay sonra, Palermo'ya yolculuk yaptı. Oraya ulaştığında gemiye binerek Napoli'ye döndü. Fakat geride hiç iz bırakmadan gözden kayboldu!*
-

# Majorana Nereye Kayboldu?

---

- Ruhsal bir krizden kaçmak ve derin katolik inancına kendini bırakmak için manastıra kapanmış olabilir.
- Belki de geminin güvertesinden atlamıştır!
- Fermi'nin yorumu:

*“Majorana dünyadaki bütün diğer insanlardan daha büyük bir hediyeydi insanlık için. Maalesef ki diğer insanların genel olarak sahip oldukları bir nitelikten yoksundu: Düz sağ duyu ya da sıradan sağduyu.”*

---

# Fiziğe katkıları...

---

- *Hayatı boyunca sadece 9 makale yayınladı. Bunların her biri kuantum fiziğine esaslı katkılardır.*
  - *Manyetik alanlardaki spin hareketlerine dair...*
  - *Moleküler ışımaya ve manyetik rezonans tekniklerinin geliştirilmesi için öngörülerde bulundu.*
  - *Daha önce yayınlanmamış defterleri yakın zamanda basıldı. Bu çalışmalar fiziğin pek çok alanını kapsamaktadır.*
-

# Schrödinger Denklemi

---

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2 \nabla^{\rightarrow 2}}{2m} \psi$$

Serbest bir parçacık için  
Schrödinger denklemi

---

# Görelî Kuantum Denklemleri

---

Yüksek hızlardaki parçacıkların hareketlerini betimleyen tek bir görelî kuantum mekaniği denklemi yoktur. Kullanılacak denklem parçacıkların spinine göre değişmektedir.

Tüm görelî Kuantum mekaniği denklemleri için enerji momentum bağıntısı temel alınır.

$$E^2 - \left| \vec{p} \right|^2 c^2 = m^2 c^4$$

---

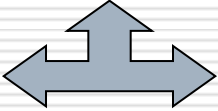


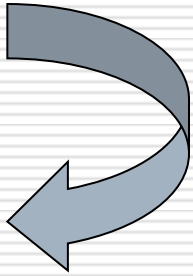
# Klein-Gordon Denklemi

---

Spini 0 olan parçacıkların görelî kuantum mekaniği denklemidir.

$$E^2 - |\vec{p}|^2 c^2 = m^2 c^4$$

$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$    $\vec{p} \rightarrow -i\hbar \vec{\nabla}$   $\hbar = c = 1$  Birim sisteminde

$$(\square + m^2)\phi = 0$$


$$\square = \partial_\mu \partial^\mu$$

---

# Dirac Denklemi

---

Dirac denklemi kovaryant formda

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$



Spin  $\frac{1}{2}$

$\gamma$  matrislerine Clifford cebri kurallarına uyması için gereksinim duyulmaktadır.

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2\eta^{\mu\nu}$$

$$\eta^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

---

# Anti Parçacık

---

Dirac denkleminin doğal bir sonucu olarak  $\psi$  ve  $\psi^*$  ilişkili alanlar farklı olmak zorundadır. Taneciklerin anti tanecikleri olduğu öngörüsü Dirac denklemine dayanmaktadır.

---

# Majorana'nın Yaklaşımı

---

Spini  $\frac{1}{2}$  olan parçacıkları temsil eden dalga fonksiyonu mutlaka Dirac'ın dalga fonksiyonu gibi kompleks mi olmalı?

Majorana, Dirac tipinde bir denklem elde etmek için yani aynı zamanda gerçek bir alanı yönetebilir bir denklem elde etmek için hem Clifford cebrine aykırı olmayan ve saf olarak imajiner olan  $\gamma$  matrislerinin bulunabileceğini düşünür.

---

# Majorana Matrisleri

---

Bunlar genel Pauli matrislerinin tensör çarpımları olarak şu şekildedir:

$$\tilde{\gamma}^0 = \sigma_2 \otimes \sigma_1$$

$$\tilde{\gamma}^1 = i\sigma_1 \otimes 1$$

$$\tilde{\gamma}^2 = i\sigma_3 \otimes 1$$

$$\tilde{\gamma}^3 = \sigma_2 \otimes \sigma_2$$

---

# Majorana Matrisleri

---

Sıradan matrisler olarak yazalım:

$$\tilde{\gamma}^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{\gamma}^2 = \begin{bmatrix} i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\gamma}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{\gamma}^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

---

# Majorana Denklemi

---

$$(i\tilde{\gamma}^\mu \partial_\mu - m)\tilde{\psi} = 0$$

$\tilde{\gamma}^\mu$  matrisleri saf olarak imajinerdir.

$i\tilde{\gamma}^\mu$  matrisleri ise gerçeldir.

Bunun sonucunda bu denklem gerçek bir alanı yönetebilir.

---

# Majorana Parçacığı

---

Nötr olmalı !

~~Fotonlar~~

~~Gravitonlar~~

~~Nötral Pionlar~~

Spin 1/2

~~Elektron~~

~~Proton~~

Nötronun anti  
parçacığı kendisi  
değildir.



~~Nötron~~

---



# Majorana Parçacığı

---

1956'da nötrinin varlığı deneysel olarak kanıtlandı. Ancak anti nötrino ile nötrinin farklı olacağı düşünöldü ve Majorana yaklaşımı o yıllarda önemsenmedi.

Nötrino çeşitleri: ( Elektron, müon, tau nötrinoları)

Nötrino osilasyonu?

**Birleşik Alan Teorileri nötrinoların Majorana Parçacığı olduğunu öngörmekte!**

---

# Bitti.

---

