

EİNSTEİN ALAN DENKLEMLERİNİN SCHWARZSCHILD ÇÖZÜMÜ, KARADELİKLER VE SOLUCAN DELİKLERİ

Özgür Gültekin

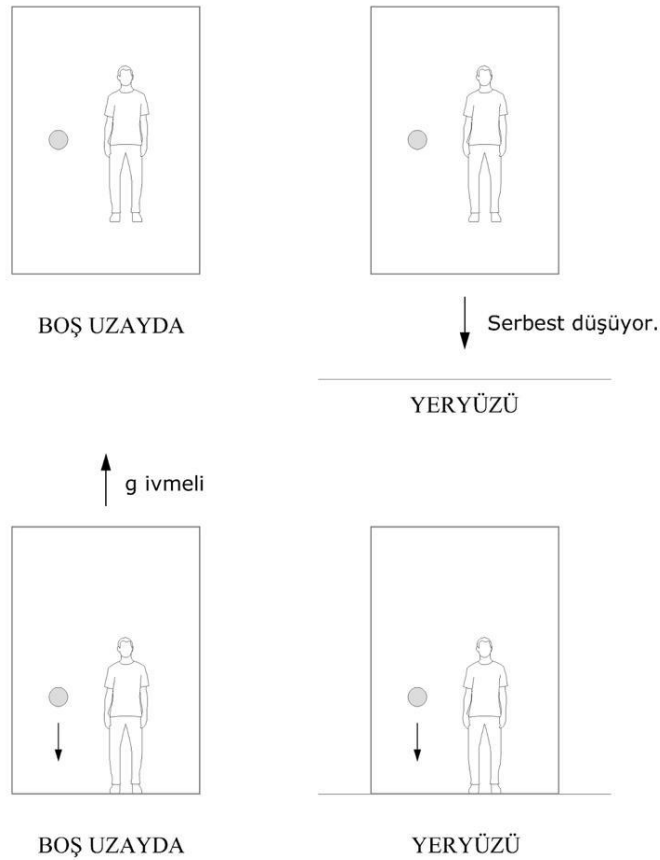
*Kendi kendimizle yarışmadayız, gülüm.
Ya ölü yıldızlara hayatı götüreceğiz,
Ya dünyamıza inecek ölüm.*
Nazım Hikmet

2020 Nobel Fizik ödülü karadelikler hakkındaki araştırmalara verildi. Onları bu kadar önemli kılan nedir? Karadelikler sadece matematiksel tekillikler mi yoksa evrendeki fiziksel oluşumlar mı? Karadeliklerin kuramsal temeli, Einstein'ın Genel Görelilik Teorisine dayanır. Aynı zamanda yıldızların evrimi hakkında bildiklerimiz de karadelikleri öngörür. Bu yazıda öncelikle Einstein alan denklemlerinin ünlü Schwarzschild çözümünü vereceğiz. Schwarzschild çözümünü irdelleyeceğiz çünkü Genel Görelilik Teorisinin karadelikleri nasıl öngördüğünü sezgisel olarak anlayabilmek için bunun iyi bir başlangıç olabileceğini düşünüyoruz. Daha sonra kütleçekimin büyük kütleli yıldızları nasıl bir karadelige dönüştürdüğünü, yıldız evrimi teorilerimiz çerçevesinde ele alacağız. Ayrıca bir düşünce deneyi olarak karadelik çevresinde yolculuk yapan gözlemcilerin ne gibi fiziksel olaylarla karşılaşabileceğini de tartışacağız. Karadeliklerin fiziksel varlığına ilişkin gözlemsel kanıtların bazılarını okuyucuya sunacağız. Son olarak solucan deliklerinden bahsedeceğiz. Onlar sadece varsayımsaldır, fiziksel varlıkları hakkında ikna edici düzeyde doğrudan ya da dolaylı kanıtımız yok. Yine de solucan delikleri günümüz fiziğinde yükselen bir araştırma alanı haline geliyor. Bu yazıda bütün bunlardan temel düzeyde bahsedeceğiz. Bazen daha net olmak için biraz matematik kullanmayı tercih ediyoruz. Daha geniş okuyucu kitlesinin ilgisini çekmek için bunu temel üniversite matematiği düzeyiyle sınırladık.

Einstein'ın Genel Görelilik Teorisi uzay ve zamana bakışımızı temelden değiştirdi. Newton fiziğinde kütlenin iki farklı anlamı vardır. Birincisi $F = ma$ 'da yani Newton ikinci yasada görülen m niceliğidir. Buradaki m niceliği *eylemsizlik kütlesi* olarak adlandırılır ve harekete karşı olan direnç anlamına gelir. Yani bir cismin itme ya da çekmeye karşı nasıl tepki göstereceğinin bir ölçüsüdür. Kütlenin ikinci anlamı ise Newton'un $F = GmM / r^2$ biçimindeki evrensel kütleçekim yasası ile ilgilidir. Burada r sembolü m ile M kütleli cisimler arasındaki uzaklığı ve G bir sabiti ifade eder. Böylece aralarında r uzaklığı bulunan iki kütlenin birbirine uyguladığı kütleçekim kuvvetini hesaplayabiliriz. Dolayısıyla buradaki kütle, çekim kuvveti ile ilgili bir niceliktir ve *kütleçekim kütlesi* olarak adlandırılır. Ölçümler bu iki kütlenin birbirine eşit olduğunu gösterir. Farklı kütlelerdeki cisimler, hava sürtünmesinin olmadığı bir ortamda aynı yükseklikten serbest düşmeye bırakıldıklarında aynı anda yere düşerler. Bunu Galilei'den

beri biliyoruz. Bunun nedeni bir cismin eylemsizlik kütlesi ile kütleçekimsel kütlesinin eşit olmasıdır. Einstein bunu bir tesadüften öte doğanın derin bir özelliği olarak kabul eder ve *eşdeğerlik ilkesi* olarak kavramsallaştırır. Yani eşdeğerlik ilkesine göre kütleçekimin etkisi ivmelenmenin etkisinden ayırt edilemez.

Einstein'ın eşdeğerlik ilkesi bir düşünce deneyi ile daha iyi anlaşılabilir. İçerideyken dışarıyı görmenin mümkün olmadığı iki asansör kabini hayal edelim. Bu kabinlerden biri boş uzayda herhangi bir kütleçekim etkisinden uzakta bir yerde bulunsun. Diğer kabin ise bir gezegenin kütleçekim etkisinde serbest düşmeye bırakılmış olsun. Şekilde görüldüğü gibi asansör kabinlerinin her birinde ayakları yere değmeyen ve elinde küçük bir top tutan birer gözlemci olsun. İki gözlemcinin de ellerindeki topları bıraktıklarını düşünelim. Bu durumda kabinlerin içinde bulunan gözlemciler dışarıyı görmediği sürece bir kütleçekim alanında mı yoksa boş uzayda mı bulunduklarına karar veremeyeceklerdir. Çünkü hem serbest düşmeye bırakılan kabindeki gözlemci hem de kütleçekim alanından uzakta bulunan kabindeki gözlemci havada asılı olduğunu düşünecektir. Dahası gözlemciler ellerindeki topları tutmayı bıraksalar bile hangi kabinde olduklarını anlayamayacaklardır. Çünkü toplar serbest kaldıklarında her iki kabinde de havada asılı kalırlar.



Görsel 1. Asansör kabinindeki gözlemciler ve eşdeğerlik ilkesi.

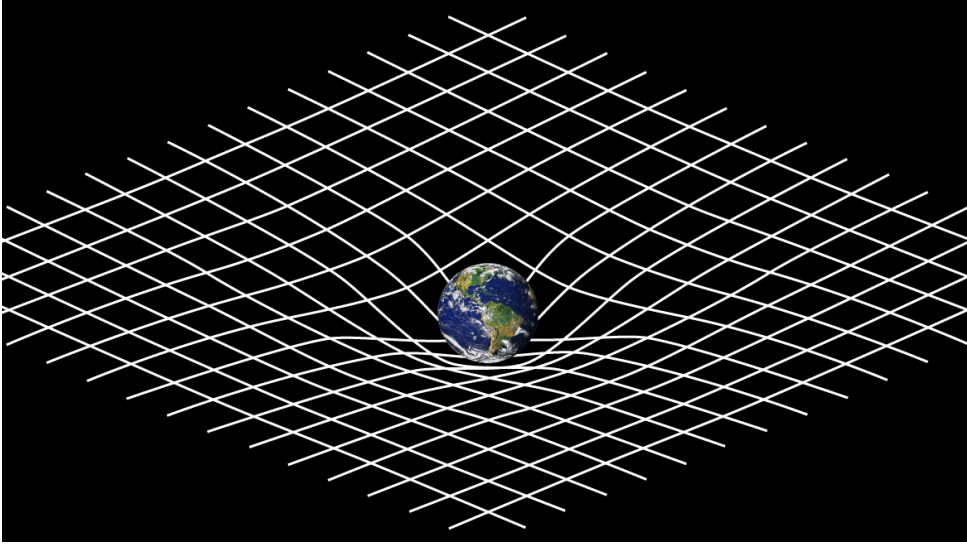
Şimdi başka bir durumu hayal edelim. Kabinlerden biri yeryüzünde bulunsun diğer kabin ise boş uzayda yer çekimi ivmesine eşit bir ivmeyle, kabinin tavanına dik olacak biçimde hareket etsin. Bu durumda her iki gözlemci de elindeki topu serbest düşmeye bıraktığında topun hızla asansörün tabanına çarptığını gözler. Fakat gözlemciler bir kütleçekim alanında bulunup bulunmadıklarını dışarıyı göremediklerinden yine anlayamazlar. Yani ivmeli bir sistem, kütleçekim alanında bulunan durgun sistemle eşdeğerdir.

Aslında yeryüzünde bulunan bir asansör kabininin içinde iki ayrı uçta birer top serbest düşmeye bırakılsaydı, kütleçekim kuvveti Dünya'nın merkezine doğru olacağından topların yörüngeleri birbirine paralel olmazdı. Böylece toplar asansör tabanına yaklaştıkça yörüngeleri de birbirine yaklaşırdı. Yine de asansörün taban genişliği Dünya'nın yarıçapına göre çok daha küçük olduğundan küçük bir uzay parçasında kütleçekim alanının ivmeli bir sistemle temsil edilebileceğini söyleyebiliriz. Yani bir kütleçekim alanının ivmeli bir sistemle temsil edilebilmesi ancak *yerel olarak* mümkündür.

Eşdeğerlilik ilkesi Einstein'ı Genel Görelilik Teorisine ulaştıran temel fikirdir. Eğer ivmeli bir sistem, kütleçekim alanında bulunan durgun bir sistemle eşdeğerse demek ki gözlemciler nasıl hareket ederlerse etsinler fizik kanunları hepsi için *aynı* olmalıdır. Özel Görelilik Teorisi, bütün eylemsiz referans sistemlerinde fizik yasalarının *aynı* olduğu ön kabulü üzerine kuruludur. Genel Görelilik Teorisindeki ön kabul ise bunun ivmeli sistemleri de içerecek biçimde bir genellemesidir.

Bütün bunlar acaba Einstein'ı yeni bir kütleçekim teorisine nasıl ulaştırdı? Yine ivmeli hareket eden asansör örneğine dönelim ve asansör içindeki gözlemcinin asansörün bir ucundan diğer ucuna küçük bir top fırlattığını düşünelim. Asansör ivmeli olduğundan asansör içindeki gözlemci topun parabolik bir yörünge izlediğini gözleyecektir. Fizik kanunlarının gözlemcilerin hareketlerinden bağımsız olarak hepsi için aynı olduğunu kabul edersek artık ivmeli bir asansör içindeki bir gözlemci için topun yörüngesinin bir doğru olmayıp parabolik olmasını Newton kanunları çerçevesinde nasıl açıklayabiliriz? Sonuçta top üzerine hiçbir kuvvet etki etmiyor. Bu düşünceler, Einstein'ı Genel Görelilik Teorisine ulaştırdı. Einstein'a göre serbest halde bırakılan tüm cisimler aslında doğrular boyunca hareket ederler. Einstein bu noktada evrenin Öklid geometrisi ile betimlendiği fikrinin bir önyargı olduğunu düşünür ve Öklid dışı geometrilerde doğru kavramının genellemesi üzerine odaklanır.

Böylece kütleçekim, kuvvet kavramına başvurmadan, kütlenin çevresindeki uzay-zamanın geometrisini değiştirmesi ile açıklanır. Yani kütle, uzay-zamanın geometrisin Öklid geometrisinden ayrılmasına neden olur. Uzay-zaman eğri olduğunda cisimlerin yörüngeleri bir bakıma olası en düz çizgilerdir.



Görsel 2. Genel Görelilik Teorisine göre kütleçekimin kökeni.
(https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Spacetime_curvature.png)

Genel Görelilik Teorisi, ışığın bir kütleçekim alanında sapması, kütleçekim alanında uzunluk büzülmesi, kütleçekim alanında zaman büzülmesi, kütleçekim nedeniyle ortaya çıkan kırmızıya kayma olayı gibi çeşitli ilginç öngörülere sahiptir. Bu öngörüler çok sayıda testten başarıyla geçmiştir. Bu yazı kapsamında bunları tek tek ele almayacağız.

Bir sonraki kısımda Einstein alan denklemlerinin Schwarzschild çözümünü yapacağız. Sözü daha fazla uzatmadan bunun için gerekli olan bazı tanımları verelim.

Einstein alan denklemleri

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (1)$$

biçimindedir. Burada $g_{\mu\nu}$ metrik tensör, $R_{\mu\nu}$ Ricci eğrilik tensörü, $T_{\mu\nu}$ enerji-momentum tensörü ve R ise Ricci eğrilik skaleri olarak adlandırılır. Burada sanki bir denklem var gibi görünse de (alt indislere dikkat) 4 boyutlu uzay-zaman için her bir indis 4 değer aldığından aslında burada $4 \times 4 = 16$ denklem vardır. Bu denklemlerin 6 tanesi simetriden dolayı birbirinin aynısıdır. Bu nedenle (1) ifadesi Einstein alan denklemleri olarak bilinen 10 farklı diferansiyel denklemi belirtir. Hatta simetri nedeniyle bazen daha az sayıda denklem yeterli olur. Denklemlerin sağ tarafı madde ve enerjiyi temsil ederken sol tarafı uzay-zamanın geometrisini temsil eder. Yani madde ya da enerjinin varlığı uzay-zamanın geometrik yapısını değiştirir. Elbette maddedeki gerilim ve basınç gibi faktörler de önemlidir ve denklemlerin sağ tarafına etki eder. Einstein alan denklemlerinin içindeki $R_{\mu\nu}$ Ricci eğrilik tensörü, $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}$ Christoffel sembolü ve R Ricci skaleri aşağıdaki ifadeler kullanılarak hesaplanabilir.

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial q^{\lambda}} \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} + \Gamma_{\lambda i}^{\lambda} \Gamma_{\mu\nu}^i - \frac{\partial}{\partial q^{\nu}} \Gamma_{\mu\lambda}^{\lambda} - \Gamma_{\nu i}^{\lambda} \Gamma_{\mu\lambda}^i \quad (2)$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2} g^{\lambda i} \left(\frac{\partial g_{i\nu}}{\partial q^{\mu}} + \frac{\partial g_{i\mu}}{\partial q^{\nu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial q^i} \right) \quad (3)$$

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \quad (4)$$

Okuyucunun Einstein toplama kuralına aşina olduğunu varsayıyoruz. Karadelikler ve solucan delikleri hakkında konuşmadan önce Einstein alan denklemlerinin Schwarzschild çözümünü yapmaya hazırız.

Schwarzschild Çözümü ve Karadelikler

Bu kısımda bir yıldız gibi büyük, küresel ve statik bir nesneyi çevreleyen boş uzay-zamanda kütleçekim alanını temsil eden Schwarzschild metriğini elde edeceğiz. Bu metrik, boş uzayda Einstein alan denklemlerinin küresel simetrik ve zamandan bağımsız bir çözümüdür. Boş uzayda M yarıçaplı ve R kütleli, küresel olarak simetrik ve statik bir cisim ele alarak başlıyoruz. Hesaplarda netlik sağlamak amacıyla ışık hızını $c=1$ olarak ayarladığımızda problemimize uyan metriği küresel koordinatlarda aşağıdaki biçimde yazalım:

$$ds^2 = \sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu} = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 - dt^2$$

Burada metrik tensörün sıfırdan farklı bileşenleri $g_{00}=1$, $g_{11}=r^2$, $g_{22}=r^2 \sin^2 \theta$, $g_{33}=-1$ biçimindedir. Metrik denklemini daha genel olarak

$$ds^2 = \sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu} = A(r) dr^2 + C r^2 d\theta^2 + D r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 - B(r) dt^2$$

biçiminde yazalım. Küresel simetri nedeniyle A, B, C, D fonksiyonları, θ ve ϕ bağımlılığına sahip olmamalıdır. Ayrıca simetri nedeniyle metrik denklemin açısal kısmındaki $C=D$ olur. Çözümün statik olması tüm fonksiyonların zamana bağlı olmaması anlamına gelir. Bu nedenle $A=A(r)$ ve $B=B(r)$ yazarız. Son olarak $C=D=1$ seçeriz. Bu, genelliği bozmayan bir sınırlamadır. Böylece daha genel olarak yazılan metrik tensörün sıfırdan farklı bileşenleri $g_{00}=A$, $g_{11}=r^2$, $g_{22}=r^2 \sin^2 \theta$, $g_{33}=-B$ biçiminde olur.

Metrik tensör simetriktir ve her μ, ν için $g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} = 4$ özelliğini sağlar.

Böylece g matrisinin ters matrisi olan g^{-1} matrisinin köşegen elemanları

$$g^{00} = \frac{1}{A}, g^{11} = \frac{1}{r^2}, g^{22} = \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta}, g^{33} = -\frac{1}{B} \text{ biçiminde olur. Amacımız yukarıda belirttiğimiz}$$

sınırlamalar altında yazdığımız genel metrik denklem için (1) numaralı Einstein alan denklemlerinin çözümünü bulmaktır. Denklemlerin çözümü için önemli bir basitleştirme uzay-zamandaki eğriliğin kaynağı olan küresel maddenin dışında madde veya enerji olmadığını varsaymaktır. Böylece (1) numaralı Einstein alan denklemlerinin sağ tarafı sıfır olur ve bu durum çözümleri hesaplarken hatırı sayılır bir kolaylık sağlar. Öncelikle Christoffel

sembollerini daha sonra Ricci tensörünü ve son olarak da Ricci skalerini hesaplayarak alan denklemlerini çözmeye hazırlanacağız.

Christoffel sembolünün (3) numaralı ifadesini dikkate aldığımızda her indis için 4 değer söz konusu olduğundan $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ tane terime ihtiyacımız var. Neyse ki metrik tensörümüz için $\lambda = i$ dışında kalan terimler sıfır olur. Çünkü Christoffel sembolünün içinde metrik tensörün bileşenleri çarpan olarak bulunur ve ele aldığımız metrik tensörün köşegen dışındaki tüm elemanları sıfırdır. Bu nedenle hesaplanması gereken terimlerin sayısı $4 \times 4 \times 4 = 64$ 'e düşer. Ayrıca bütün indisler birbirinden farklı olduğunda Christoffel sembolleri yine sıfır olur. Böylece $4 \times 3 \times 2 = 24$ terimi daha hesaplamak gerekmeyeceğinden geriye 40 terim kalır. Son olarak Christoffel sembolünün simetri özelliğini dikkate aldığımızda toplam 28 sembolü hesaplamanın yeterli olacağı anlaşılır. Bunları aşağıda açıkça hesaplıyoruz.

$\lambda = 0$ için

$$\begin{aligned}\Gamma_{00}^0 &= \frac{1}{2} g^{00} \left(\frac{\partial g_{00}}{\partial r} + \frac{\partial g_{00}}{\partial r} - \frac{\partial g_{00}}{\partial r} \right) = \frac{1}{2A} \frac{dA}{dr} \\ \Gamma_{01}^0 &= \frac{1}{2} g^{00} \left(\frac{\partial g_{01}}{\partial r} + \frac{\partial g_{00}}{\partial \phi} - \frac{\partial g_{01}}{\partial r} \right) = 0 \\ \Gamma_{02}^0 &= 0 \\ \Gamma_{03}^0 &= 0 \\ \Gamma_{11}^0 &= \frac{1}{2} g^{00} \left(\frac{\partial g_{01}}{\partial \theta} + \frac{\partial g_{01}}{\partial \theta} - \frac{\partial g_{11}}{\partial r} \right) = -\frac{r}{A} \\ \Gamma_{22}^0 &= \frac{1}{2} g^{00} \left(\frac{\partial g_{02}}{\partial \phi} + \frac{\partial g_{02}}{\partial \phi} - \frac{\partial g_{22}}{\partial r} \right) = -\frac{r \sin^2 \theta}{A} \\ \Gamma_{33}^0 &= \frac{1}{2A} \frac{dB}{dr}\end{aligned}$$

$\lambda = 1$ için

$$\begin{aligned}\Gamma_{01}^1 &= \frac{1}{2} g^{11} \left(\frac{\partial g_{11}}{\partial r} + \frac{\partial g_{10}}{\partial \theta} - \frac{\partial g_{01}}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{22}^1 &= \frac{1}{2} g^{11} \left(\frac{\partial g_{12}}{\partial \phi} + \frac{\partial g_{12}}{\partial \phi} - \frac{\partial g_{22}}{\partial \theta} \right) = -\sin \theta \cos \theta \\ \Gamma_{11}^1 &= \Gamma_{00}^1 = \Gamma_{33}^1 = \Gamma_{21}^1 = \Gamma_{31}^1 = 0\end{aligned}$$

$\lambda = 2$ için

$$\Gamma_{02}^2 = \frac{1}{2} g^{22} \left(\frac{\partial g_{22}}{\partial r} + \frac{\partial g_{20}}{\partial \phi} - \frac{\partial g_{02}}{\partial \phi} \right) = \frac{1}{r}$$

$$\Gamma_{12}^2 = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\Gamma_{22}^2 = \Gamma_{00}^2 = \Gamma_{33}^2 = \Gamma_{11}^2 = \Gamma_{32}^2 = 0$$

$\lambda = 3$ için

$$\Gamma_{03}^3 = \frac{1}{2B} \frac{dB}{dr}$$

$$\Gamma_{33}^3 = \Gamma_{00}^3 = \Gamma_{11}^3 = \Gamma_{22}^3 = \Gamma_{31}^3 = \Gamma_{32}^3 = 0$$

Gerekli olan tüm Christoffel sembollerini elde ettiğimize göre denklem (2)'ye göre Ricci tensörünü hesaplayabiliriz. Örneğin R_{11} 'i açıkça aşağıdaki gibi hesaplıyoruz.

$$\begin{aligned} R_{11} &= \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{r}{A} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} (\cot \theta) + \left(-\frac{r}{A} \right) \Gamma_{\lambda 0}^\lambda - \left[\left(-\frac{r}{A} \right) \Gamma_{10}^1 + \left(\frac{1}{r} \right) \Gamma_{11}^0 + \cot \theta \Gamma_{21}^2 \right] \\ &= -\frac{1}{A} + r \frac{A'}{A^2} + \sec^2 \theta - \frac{r}{A} \left(\frac{A'}{2A} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{B'}{2B} \right) - \left(-\frac{1}{A} - \frac{1}{A} + \cot^2 \theta \right) \\ &= 1 - \frac{1}{A} + \frac{rA'}{2A^2} - \frac{rB'}{2AB} \end{aligned}$$

Artık R_{00} , R_{22} ve R_{33} için hesabın detaylarında ilginç bir şey yoktur ve aynı yöntemle sonuçları aşağıdaki gibi buluruz.

$$R_{00} = -\frac{B''}{2B} + \frac{(B')^2}{4B^2} + \frac{B'A'}{4BA} + \frac{A'}{rA}$$

$$R_{22} = R_{11} \sin^2 \theta$$

$$R_{33} = \frac{B''}{2A} - \frac{(B')^2}{4AB} - \frac{B'A'}{4A^2} + \frac{B'}{rA}$$

Ricci skalerini (4) ifadesini kullanarak hesaplayabiliriz.

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{A} \left(-\frac{B''}{2B} \right) + \frac{(B')^2}{4B^2} + \frac{B'A'}{4BA} + \frac{A'}{rA} + \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{1}{A} + \frac{rA'}{2A^2} - \frac{rB'}{2AB} \right) \\ &\quad + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(R_{11} \sin^2 \theta \right) - \frac{1}{B} \left(\frac{B''}{2A} - \frac{(B')^2}{4AB} - \frac{B'A'}{4A^2} + \frac{B'}{rA} \right) \\ &= -\frac{B''}{AB} + \frac{(B')^2}{2AB^2} + \frac{B'A'}{2BA^2} - \frac{2B'}{rAB} + \frac{2A'}{rA^2} + \frac{2}{r^2} \left(1 - \frac{1}{A} \right) \end{aligned}$$

Schwarzschild uzay-zamanı için (1) numaralı Einstein alan denklemlerinin sağ tarafı sıfır olur ve böylece R_{ii} , g_{ii} ve R için bulduklarımızı alan denklemlerine yazdığımızda aşağıdakileri elde ederiz:

$$R_{00} - \frac{1}{2} g_{00} R = 0 = \left(-\frac{B''}{2B} + \frac{(B')^2}{4B^2} + \frac{B'A'}{4BA} + \frac{A'}{rA} \right) - \frac{A}{2} \left[-\frac{B''}{AB} + \frac{(B')^2}{2AB^2} + \frac{B'A'}{2BA^2} - \frac{2B'}{rAB} + \frac{2A'}{rA^2} + \frac{2}{r^2} \left(1 - \frac{1}{A} \right) \right] \quad (5)$$

$$= \frac{B'}{rB} - \frac{A}{r^2} \left(1 - \frac{1}{A} \right)$$

$$R_{11} - \frac{1}{2} g_{11} R = 0 = \frac{rB''}{B} - \frac{(B')^2 r}{2B^2} - \frac{B'A'r}{2BA} + \frac{B'}{B} - \frac{A'}{A}$$

$$R_{22} - \frac{1}{2} g_{22} R = 0 = R_{11} - \frac{r^2}{2} R$$

$$R_{33} - \frac{1}{2} g_{33} R = 0 = \frac{A'}{rA^2} + \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{1}{A} \right) \quad (6)$$

Denklem (6) düzenlendiğinde

$$\frac{dr}{r} = \frac{dA}{A(1-A)}$$

elde edilir. İntegral alındığında R bir sabit olmak üzere A kolayca $A = 1/(1 - R/r)$ olarak bulunur. Aynı yöntemle denklem (5) çözülür ve $B = 1 - R/r$ olarak bulunur. Böylece metrik denklem aşağıdaki biçimi alır:

$$ds^2 = \left(\frac{dr^2}{1 - \frac{R}{r}} \right) + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 - \left(1 - \frac{R}{r} \right) c^2 dt^2$$

Alman fizikçi Karl Schwarzschild, 1916 yılında I. Dünya Savaşı sırasında cephede savaşırken Einstein alan denklemlerinin bu çözümünü buldu ve Einstein'a yolladı. Einstein, çözümü 1916 Ocak ayında Berlin'de bir konferansta sundu. Boş uzayda küresel ve statik bir nesneyi çevreleyen uzay-zamanı betimleyen bu metrik denklem, küresel bir nesnenin yakınında serbestçe düşen parçacık ve fotonların yörüngelerini hesaplamak için kullanılabilir. Böylece bu metriğin bir bakıma bir nokta kütlenin kütleçekim alanındaki davranışını betimleyen Newton kütleçekim formülünün oynadığı rolün Genel Görelilik Teorisindeki karşılığı olduğunu söyleyebiliriz.

Aslında boşlukta küresel simetrik bir madde dağılımının dışında kalan ve maddeye yakın bir bölgede uzay-zaman geometrisinin Schwarzschild geometrisi ile betimlendiği gerçeği Birkhoff teoremi olarak bilinir. Bu teoremin kütleçekimsel dalgalar ile ilgili bazı ilginç sonuçları vardır ama bu sonuçlar bu yazının kapsamı dışındadır. Yaptığımız bu çözüm küresel simetrik maddenin dışında, maddenin yüzeyine kadar geçerlidir. Çünkü bu sınırdan itibaren boşluk için yazdığımız alan denklemleri artık geçerli olmaz. Burada dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta da $r \rightarrow \infty$ 'a giderken metriğin asimtotik olarak düz uzay-zamanı betimlediğidir.

Buraya kadar yaptığımız çözümlemede kullandığımız koordinatlar fiziksel olarak ne anlama geliyor? Bu konuya biraz odaklanmamız iyi olur. Genel Görelilik Teorisinde koordinatların uzay-zamandaki olayları etiketlediğimiz sayılar olması dışında bir anlamı yoktur. Koordinatlara fiziksel anlam kazandıran şey metriktir.

Şimdi uzay-zamanda küresel bir yüzeyin ekvator düzlemindeki bir çemberini düşünelim. r sabit olsun böylece $dr=0$ ayrıca $\theta = \pi/2$, $\sin \theta = 1$ ve $d\theta = 0$ ve çember üzerindeki tüm olaylar için $dt = 0$ olsun. Çemberin çevresindeki fiziksel mesafe

$$ds^2 = 0 + 0 + 0 + r^2 d\phi^2$$

biçimindeki iki olay arasındaki uzay-zaman aralığı kullanılarak hesaplanır. Çemberin çevresi boyunca integral aldığımızda

$$\text{Çevre} = \oint ds = \int_0^{2\pi} r d\phi = 2\pi r$$

bulunur. Sonuç olarak Schwarzschild metrik denklemi ile uzay- zamandaki küresel bir yüzeyin r koordinatı, o kürenin ekvatorunun çevresinin $1/2\pi$ katıdır. Öte taraftan r koordinatı burada radyal mesafeye eşit değildir. Şimdi $d\theta = d\phi = dt = 0$ olmak üzere

$$ds^2 = \frac{dr^2}{(1-R/r)}$$

ifadesi ve binom yaklaşıklığı kullanıldığında

$$\Delta s = \int ds = \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{\sqrt{1-R/r}} \simeq (r_B - r_A) + \frac{R}{2} \ln \frac{r_B}{r_A}$$

bulunur. Böylece bir çizgi boyunca herhangi bir A ve B olayı arasındaki radyal mesafenin $|r_B - r_A|$ 'dan daha büyük olduğu anlaşılır. Yani r koordinatı orjin etrafındaki farklı büyüklüklerdeki küreleri işaretliyor olsa da kürelerin orjine olan uzaklığı anlamına gelmez. Tutarsızlık gibi görünse de bu durum uzay-zaman eğriliğinin bir göstergesidir.

Genel Görelilik Teorisi uygun limit durumunda Newton kütleçekim formülü ile aynı sonuçları verir. Bu koşul dikkate alınarak yapılan karşılaştırma ile

$$R = \frac{2MG}{c^2}$$

olduğu bulunur. Sonuçta Schwarzschild metrik denklemi aşağıdaki biçimde yazılır:

$$ds^2 = \left(\frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} \right) + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) c^2 dt^2$$

Schwarzschild metriğini incelediğimizde iki farklı tekillik içerdiğini görüyoruz. Bu tekillikler, $r=0$ ve $r=2GM/c^2$ 'dir. İkinci tekillik Schwarzschild yarıçapı olarak bilinir. Fizikçiler başlangıçta bu tekilliğin uzay-zamanın geometrisinden kaynaklandığını düşündülse de daha sonradan bu yorumun doğru olmadığı anlaşıldı. $r=0$ tekilliği Schwarzschild geometrisinin gerçek bir tekilliğiysen, $r=R=2GM/c^2$ tekilliği matematiksel olarak bir koordinat tekilliğidir. Ayrıca kendi kütleçekim etkisiyle çöken bir maddenin uzay-zamanda simetrik olarak içeriye doğru büzülmesi Schwarzschild çözümüyle uyum içindedir.

Peki, bir karadelik nedir? Basitçe kütleçekim etkisiyle, herhangi bir maddenin hatta ışığın bile kaçamadığı eğilmiş bir uzay-zaman bölgesine karadelik diyoruz. Büyük miktarda madde çok küçük bir uzay bölgesinde o kadar yoğunlaşmıştır ki ışık bile bu bölgeden kaçamaz. İlginç bir şekilde karadeliklerle ilgili ilk öngörü henüz 1700'lü yıllarda İngiliz bilim insanı John Michell'den geldi. Michell, çağının çok ötesinde bir yaklaşımla ışığı içinde hapseden "kara yıldızlar" olabileceğinden bahsetmişti. Bu düşüncenin temelleri, Newton mekaniğinden bildiğimiz "kaçış hızı" kavramına dayanıyor. Bir cismi Dünya yüzeyinden, yüzeye dik bir biçimde gökyüzüne fırlattığımız zaman cisim yeterince hızlı değilse, Dünya'nın çekim kuvveti nedeniyle geri döner. Fakat öyle bir kritik hızdan bahsedebiliriz ki, bu hızda atılan bir cisim Dünya'ya geri dönmez ve kütleçekim alanından kurtulur. Yani belirli bir yükseklikte cismin kinetik enerjisi kütleçekim potansiyel enerjisinden büyük olur. İşte cismin bu yüksekliğe çıkmasını sağlayacak bir kritik v kaçma hızını, cismin kütlesi m ve Dünya'nın kütlesi M olmak üzere

$$\frac{1}{2}mv_k^2 = G \frac{mM}{r}$$

ile hesaplayabiliriz. Böylece kaçma hızı $v_k = (2GM/r)^{1/2}$ olarak bulunur. Yani $r = (2GM/v_k^2)$ olur. Küçük bir hacme sıkışmış büyük bir kütlenin ışığın bile kaçamayacağı bir etki yaratabileceği düşüncesi böylece Newton fiziğinin sınırları içinde ele alınmıştır. Michell'den sonra karadelik düşüncesi ünlü Fransız matematikçi ve filozof Laplace tarafından da tartışılmıştır. Işığın Güneş yüzeyinden kaçamaması için Güneş kütlesinin ne kadar hacim içinde sıkışmış olması gerektiği kolayca hesaplanabilir. Güneş için bu yarıçap yaklaşık 3

kilometre olarak bulunur. Eğer böylesine büyük kütleli bir madde bu kadar küçük bir hacim içine sıkışmış olsaydı 1 metrekübünün ağırlığı 10^{19} kilogram olurdu. Eğer bu sonuç okuyucuya yeterince çarpıcı gelmiyorsa, Dünya kütlesi için bu yarıçapın 1 santimetre civarında olduğunu söylemeliyiz.

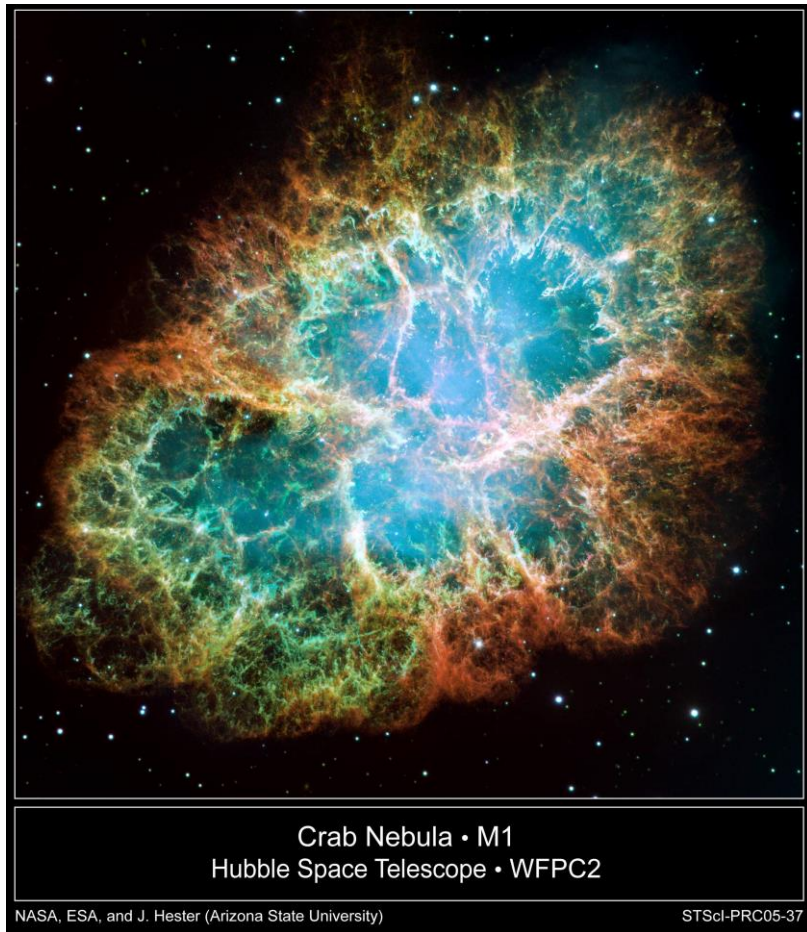
Bu noktada Newton mekaniğine dayanan bu sonucun Genel Görelilik Teorisinden elde edilen Schwarzschild yarıçapı ile biçimsel olarak aynı olduğuna dikkat edilmelidir. Öte taraftan Newton mekaniğinde ışığın hızı tüm referans sistemlerinde aynı değildir. Bu koşul ancak Einstein'ın Özel Görelilik Teorisi ile birlikte gündeme gelir. Bu nedenle ışığın bile kaçamayacağı küçük bir hacimdeki büyük kütle öngörüsü Newton mekaniğinin bir sonucu olarak ortaya konulduğunda biraz kuşkuludur. Çünkü Newton mekaniğindeki anlayışımız çerçevesinde, böyle bir kütle üzerine düşen ışığın hızı, ışığın boşluktaki hızından çok daha büyük olabilir. Bu nedenle Newtoncu çözümleme kuramsal olarak bile karadelikleri varsaymak için yeterince ikna edici değildir. Böylece karadeliklerin ancak Genel Görelilik Teorisinin bir sonucu olduğunu söyleyebiliriz.

Karadelikler sadece Genel Görelilik Teorisinin bir öngörüsü değil aynı zamanda astrofizikte yıldız evriminin de konusudur. Kütleçekim, bir yıldızın oluşumu sırasında önemli bir rol oynadığı gibi aynı zamanda yıldız evriminin son aşamasında da yıldızın sonunu belirler. Daha doğrusu bir yıldızın ölüm anındaki kütesinin büyüklüğü onun bir beyaz cüceye, nötron yıldızına ya da karadeliğe dönüşmesine neden olur.

Beyaz cüce yıldızlar, kırmızı dev aşaması olarak bilinen bir durumdan evrimleşirler. Güneş'in sonu da beyaz cüce olacağı için süreci kabaca Güneş üzerinden konuşalım. Güneş yaklaşık $5,5 \times 10^9$ yıl sonra çekirdeğindeki hidrojenin tümünü yakmış olacak ve üst tabakalar genişleyerek soğuyacaktır. Böylece Güneş, kırmızı dev aşamasına ulaşacaktır. Kırmızı dev aşamasındaki yıldızlar nükleer reaksiyonlarla çekirdeklerindeki hidrojeni helyuma dönüştürmüşlerdir ve bu nedenle çekirdekte hidrojen yakmazlar. Bir yıldız bu aşamada genellikle çekirdeğin çevresindeki bir bölgede hidrojen yakar. Güneş de merkezindeki helyum yanarken karbon ve oksijen üretiminin başladığı Helyum yanması denilen bir süreçten geçecek ve merkez bölgesi çökmeye başlayacaktır. Güneş'in evrimi küçük ve çok yoğun bir beyaz cüce olarak tamamlanacak. Bu öyle bir yoğunluktur ki bu yoğunlukta, madde artık sıradan bir gaz gibi davranmaz. Belirli bir anda küçük bir hacim içinde zıt spinlere sahip olan sadece iki elektron belirli bir enerjide bulunabilir. Bunun nedeni kuantum mekaniğinden bildiğimiz Pauli dışarlama ilkesidir. Böylece bir elektron için olası enerji durumlarının sayısı normal bir gazdakine göre daha azdır. Böyle bir maddeye yozlaşmış elektron gazı denir. Yıldız tüm nükleer enerjisini harcadığı için, yozlaşmış elektron basıncı tarafından durduruluncaya kadar çekimsel olarak çökmeye devam eder. Ancak Chandrasekhar limiti olarak bilinen kritik bir kütleden (Güneş kütesinin 1,44 katı) daha küçük kütleli yıldızlar kararlı beyaz cüce olabilirler.

Nötron yıldızları ise beyaz cücelere göre hacimce çok daha küçük olmalarına rağmen kütlece çok daha büyüklere. Ortalama bir nötron yıldızının çapı bir beyaz cücenin çapının binde ikisi kadarken yoğunluğu bir beyaz cüceye göre milyarlarca kat daha fazla olabilir. Eğer bir yıldızın son aşamasındaki kütlesi Chandrasekhar limitinden daha büyükse yozlaşmış elektron basıncı artık kütleçekimsel çökmeye karşı koyamaz. İç basıncı artık yozlaşmış nötron gazı dengeler.

Kendi etrafında çok hızlı dönen ve yüksek manyetik alana sahip nötron yıldızlarına pulsar denir. Pulsarların keşfi 1967 yılında Cambridge Üniversitesinde bir lisansüstü öğrenci olan Jocelyn Bell'in ve Antony Hewish'in araştırmalarına dayanır. İlk keşfedilen pulsar Yengeç bulutsusundaki nötron yıldızıdır.



Görsel 3. Bir yıldızın süpernova patlamasının 6 ışık yılı genişliğindeki kalıntısı olan Yengeç Bulutsusu. Fotoğraf, Hubble Uzay Teleskopu tarafından alınan görüntülerin birleştirilmesiyle oluşturulmuş. Turuncu lifler yıldızın parçalanmış kalıntılarıdır ve çoğunlukla hidrojenden oluşur. Bulutsunun merkezinde hızla dönen bir nötron yıldızı var. Mavi ışık nötron yıldızının manyetik alan çizgileri çevresinde çok yüksek hızlarda dönen elektronlarından kaynaklanır. Yeşil renk iyonize olmuş sülfürü ve kırmızı renkler ise iyonize oksijeni temsil ediyor.

Kabaca büyük kütleli bir yıldızın merkezinin çökerek çevreye yayıldığı patlamalara süpernova denir. Süpernova patlamaları sonucu geriye kalan maddeden bir nötron yıldızı oluşabileceği gibi yıldızın kütlesinin büyük çoğunluğunun kendi üzerine çökmesi sonucunda bir karadeliğe de oluşabilir. Yani geleneksel yıldız evrimi teorisinin bize söylediği şey, bir Tip II süpernova

patlamasından sonra merkezde kalan kütle eğer Güneş kütleinin 2,5 katından büyükse, maddenin kütleçekim kuvvetine karşı koyamayarak bir saniyeden daha kısa sürede çökerek bir karadelik oluşturacaktır. Daha önce de belirttiğimiz gibi karadelikler hem Genel Görelilik Teorisinin hem de astrofiziğin yıldız evrimi teorisinin bir öngörüsüdür.

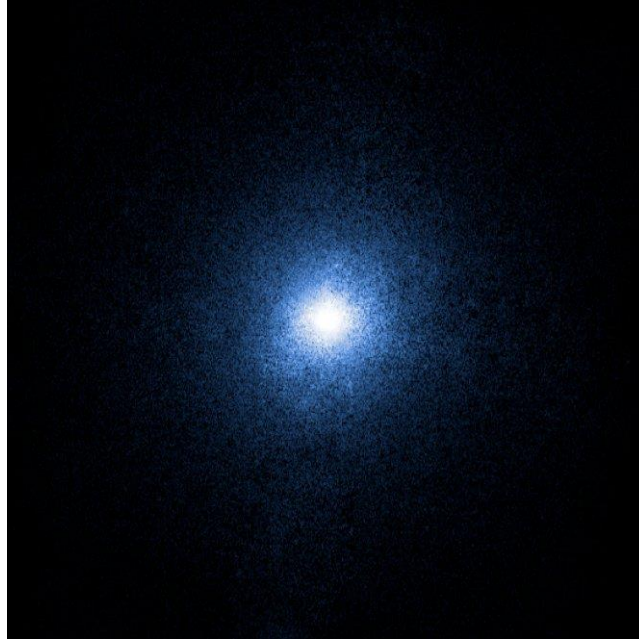
Karadeliklerin fiziği üzerine birkaç şeyi vurgulamak için bir düşünce deneyini ele alabiliriz. Bir karadelikten yeterince uzakta bulunan bir uzay aracından (A), içinde bir gözlemcinin olduğu daha küçük bir uzay aracını (B) karadeliğe doğru fırlattığımızı hayal edelim. Hatta bu küçük aracın üzerinde kocaman dijital bir saat olsun. Önce A'dan bir teleskopla bakan bir gözlemcinin, B olay ufkunu geçmeden önce ne göreceğini düşünelim. Elbette B olay ufkunu geçtiğinde, A bir daha B'den hiçbir şekilde sinyal alamaz. Öte taraftan Genel Görelilik Teorisinin öngörüsüne göre A gözlemcisi, B karadeliğe yaklaştıkça üzerindeki saatin git gide daha yavaş çalıştığını gözlemler. Aslında B'nin olay ufkunu geçerek karadeliğe girmesi A'nın saati ile sonsuz zaman alır. Yani A'ya göre B cisminin olay ufkuna varması sonsuza kadar sürer. Ayrıca B, karadeliğin güçlü çekim alanında karadeliğe doğru ilerledikçe, A gözlemcisi, B üzerindeki saatin ışığının frekansını kırmızıya kaymış olarak saptar. Bu kırmızıya kaymanın nedeni, kaynakla gözlemcinin birbirine göre dikine hareketinin bir sonucu olan Doppler etkisi olmayıp, Genel Görelilik Teorisinin öngörüsü olan kütleçekimsel kırmızıya kaymadır. Bazı bilim kurgu yazarları A'nın, B'yi olay ufkunda donmuş olarak göreceğini hayal etmiştir. Fakat fiziğin öngörüsü bu değil. Kırmızıya kaymadan dolayı B'nin ışığı bir süre sonra görünür bölgeden çıkacağı için, A'dan bakan gözlemci bir süre sonra B'yi gözden kaybolmuş olarak betimler.

Şimdi B'den bakan gözlemci için durumun ne olacağını düşünelim. B, kendi saatinin normal bir şekilde işlediğini ve A'ya baktığında A'dan gelen ışığın maviye kaydığını görür. B olay ufkunu geçmeden önce karadeliğe doğru serbestçe düştüğünü hisseder. Yine de bu öyle rahat bir yolculuk değildir. B, karadeliğe yaklaştıkça karadeliğin güçlü kütleçekiminin anormal etkilerini hissetmeye başlar. Karadeliğin kütleçekim etkisi gözlemcinin başıyla ayakları arasında muazzam bir germe etkisi yaratır. Ayrıca gözlemci bu dikine gerilmenin dışında yatayda sıkıştırılma hissi yaşar. Elbette gözlemci hızla parçalanacaktır ama eğer gözlemci parçalanmayacak bir dirence sahip olsaydı karadeliğe ayakları yüzeye dik olacak şekilde girip girmediğine bağlı olarak ya gerilecek ya da sıkışacaktır. B gözlemcisi olay ufkunu geçtiğinde bir daha kara deliği terk edemez.

Bütün bunlar okura kurgusal görünebilir ama bu düşünce deneyini tamamen Genel Görelilik Teorisinin öngörülerine dayanarak irdeliyoruz. Peki, karadelikler gerçekten var mıdır? Yoksa onlar matematiksel yani sadece kuramsal nesneler mi? Matematik, fiziksel gerçekliğe ait bazı olay ya da olgulara ilişkin, biz henüz onları fiziksel dünyada gözlemlenmeden önce isabetli öngörülerde bulunmamızı sağladığına defalarca tanık olduk. Bilim tarihi bunun örnekleriyle doludur. Her iki disiplin de birbirinin gelişimini hızlandırmıştır. Dahası matematik, fiziksel gerçekliğin sadece yeni yönlerini keşfetmemize olanak sağlamaz aynı zamanda onu anlayabilmemiz için en etkili araçtır. Öte taraftan biz fizikçiler evrene yönelik matematiksel

öngörülerimizi doğrudan ya da dolaylı bir biçimde deneysel ya da gözlemsel olarak doğrulamak zorundayız. Bugün daha iyi anlıyoruz ki matematikle fizik arasındaki ayrım, sınırların git gide kaybolduğu araştırma konularının farklılığına değil, yöntemsel farklılıklara dayanıyor. Bir de matematikle fizik arasında örtük olarak amaç farkı var. İlkinin tutarlı sistemler kurmayı ön planda tuttuğunu ikincisinin ise sadece fiziksel gerçekliği keşfetmeyi amaçladığını söyleyebiliriz.

Karadelikler konusuna dönecek olursak, karadeliklerin fiziksel varlığına ilişkin kanıtlar oldukça fazla. Öyle görünüyor ki onlar fiziksel evrene ait çok ilginç nesneler. Peki, o halde ışığın bile kaçmasının mümkün olmadığı karadelikler nasıl tespit edilebilir? Kuramsal olarak bir kısım madde, karadeliklerin etrafında belirli bir yörüngede hareket eder. Karadelinin güçlü kütleçekim etkisi altında hareket eden madde, rastgele hareketler sonucu yüksek sıcaklığa ulaşır. Karadelinin çevresindeki bu gaz yoğunlukla astrofizikçilerin yığılma diski olarak adlandırdıkları bölgenin çevresinde sarmal bir hareket yapar. Bu gaz karadeliğe yaklaştıkça onun kütleçekiminden daha fazla etkilendiğinden yoğunlaşır ve sıkışır. Böylece sıcaklığı artar. Bu durumda kaynaktan X-Işını salınımları gözlenebilir. Öte taraftan Dünyamızın atmosferi X-Işınlarını emer. Astrofiziksel X-Işını kaynakları ancak atmosferin dışına yakın yüksekliklerde yapılan gözlemlerde tespit edilebilir. Daha uygunu atmosferin dışına gönderilen uydulardan faydalanmaktır. Chandra X-Işın Gözlemevi, 1999 yılında NASA tarafından galaksi kümeleri ve karadelikler etrafındaki çok sıcak bölgelerden salınan X-Işınlarını tespit etmek amacıyla uzaya gönderilmiş bir teleskoptur. Chandra, karadelik olduğu düşünülen bazı X-Işın kaynakları tespit etti. Elbette her X -Işın kaynağının bir karadelik çevresinden gelmesi gerekmiyor. Eğer bu kaynak büyük kütleli bir yıldızdan geliyorsa bu, orada bir karadelik bulunduğuna dair dolaylı bir kanıt olabilir. Ayrıca bir çift yıldız sisteminde, bileşen yıldızlar arasındaki kütleçekimsel etkileşmenin hesaplanması ve yıldızların gözlenen yörüngelerinin incelenmesi ile onların kütlelerini tespit etmek mümkündür. Bazı çift yıldız sistemlerinin bileşen yıldızlarından birinin karadelik olabileceğine ilişkin çeşitli göstergeler vardır. Örneğin Cygnus X-1, 1964 yılında bir roket uçuşu sırasında keşfedilen bir galaktik X-Işın kaynağıdır. HDE226868 isimli mavi bir B tipi yıldızın 20 Güneş kütlesine sahip olduğu düşünülüyor. Kepler yasaları kullanıldığında onun görünmeyen bileşeni olan Cygnus X-1 yıldızının ise 10 Güneş kütlesinde olması gerektiği anlaşıyor. Dolayısıyla görünmeyen Cygnus X-1 yıldızı hem bir karadelik olabilecek kadar büyük kütleli olup hem de çok yüksek sıcaklıklarda bir gazla çevrelenmiş olduğundan bilinen ilk karadelik adaydır. Cygnus X-1'den gelen X-Işınları da bize yıldızın boyutu ile ilgili bazı bilgiler verir. Bunlar da kaynağın bir karadelikle ilişkili olabileceğini destekliyor.



Görsel 4. Cygnus X-1, Kozmik X-Işın kaynağı.

NASA, Chandra Gözlemevi

(https://www.nasa.gov/mission_pages/chandra/multimedia/photo09-065.html)

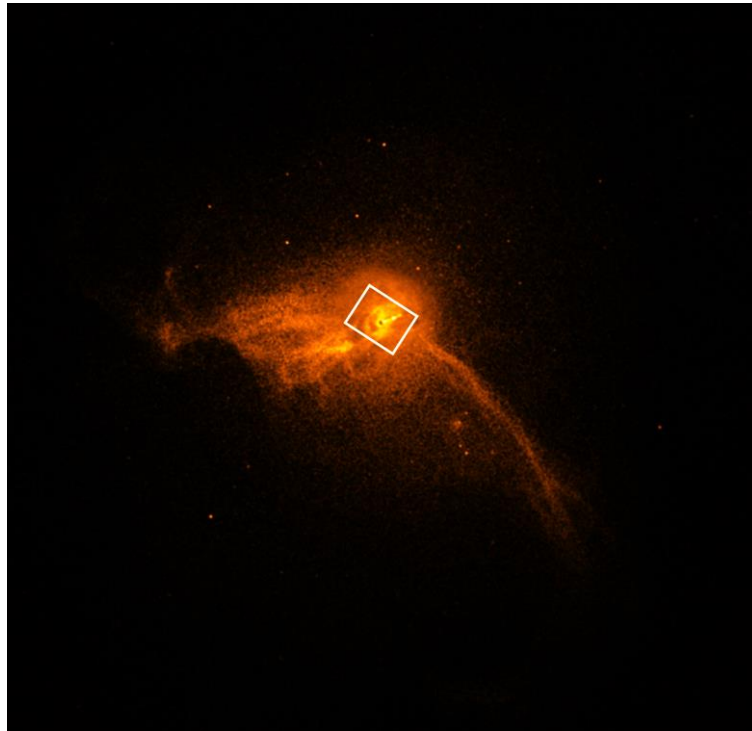
Bunun dışında çok sayıda başka karadelik adayı da keşfedilmiştir. Karadelikler kütlelerine göre sınıflandırılır. Bazı karadeliklerin milyarlarca Güneş kütlesine sahip olduğu düşünülmektedir. Bunlar, süper kütleli karadelikler olarak bilinir ve genellikle galaksilerin merkezinde bulunur. Bugün çok sayıda galaksinin merkezinde bir karadelik olduğunu destekleyen veriler var.

2020 Nobel Fizik ödülü karadeliklerle ilgili çalışmaları nedeniyle İngiliz fizikçi Roger Penrose, Alman astrofizikçi Reinhard Genzel ve Amerikalı astrofizikçi Andrea Ghez arasında paylaştırıldı. Penrose, karadeliklerin Genel Görelilik Teorisinin gerçekçi ve doğrudan bir sonucu olduğunu gösterdiği için ödülü aldı. Samanyolu'nun merkezini inceleyen iki ayrı araştırma projesinin yürütücüsü olan Genzel ve Ghez ise galaksimizin merkezine yönelik yaklaşık 30 yıl süren uzun ve zahmetli gözlemler yaparak önemli sonuçlar buldular. Daha önce yapılan radyo dalga boylarındaki araştırmalar zaten Samanyolu'nun merkezinde Sagittarius A* olarak adlandırılan bir kaynağın süper kütleli bir karadelik olabileceğine ilişkin güçlü ipuçları sunuyordu. Bizim de içinde bulunduğumuz Samanyolu galaksisinde 100 ile 400 milyar arasında yıldız olduğunu biliyoruz. Samanyolu'nun merkezini gözlemlemek hem görüş açımızdaki gaz ve toz bulutları nedeniyle hem de galaksi merkezindeki gaz ve toz miktarının görünen ışığın geçişine izin vermemesi nedeniyle zor bir iştir.

Genzel ve ekibi araştırmalarına önce Şili'de NTT (New Technology Telescope) olarak adlandırılan bir teleskopla başlayıp daha sonra yine Şili'de bulunan VLT (Very Large Telescope) isimli dev teleskopla devam ettiler. Andrea Ghez ve ekibi ise aynaları yaklaşık 10 metre çapında olan Hawaii'deki Keck teleskobunda araştırmalarını yürüttüler. Bu teleskoplar ışığın Dünya atmosferinden geçerken uğradığı saçılmanın etkisini azaltan teleskoplar olup

sıradan optik teleskoplardan farklı özelliklere sahiptir. Bu iki ekip ayrı ayrı, S2 olarak adlandırdıkları bir yıldızın galaksimizin merkezi çevresindeki dönüşünü yaklaşık 16 yıl gibi kısa bir sürede tamamladığını bularak yörüngeyi tamamen haritalandırdılar. Böylece galaksimizin merkezinde Güneş sistemimiz büyüklüğündeki bir bölge içinde yaklaşık 4 milyon Güneş kütlesine eşit bir kara delik olması gerektiğini ortaya koydular!

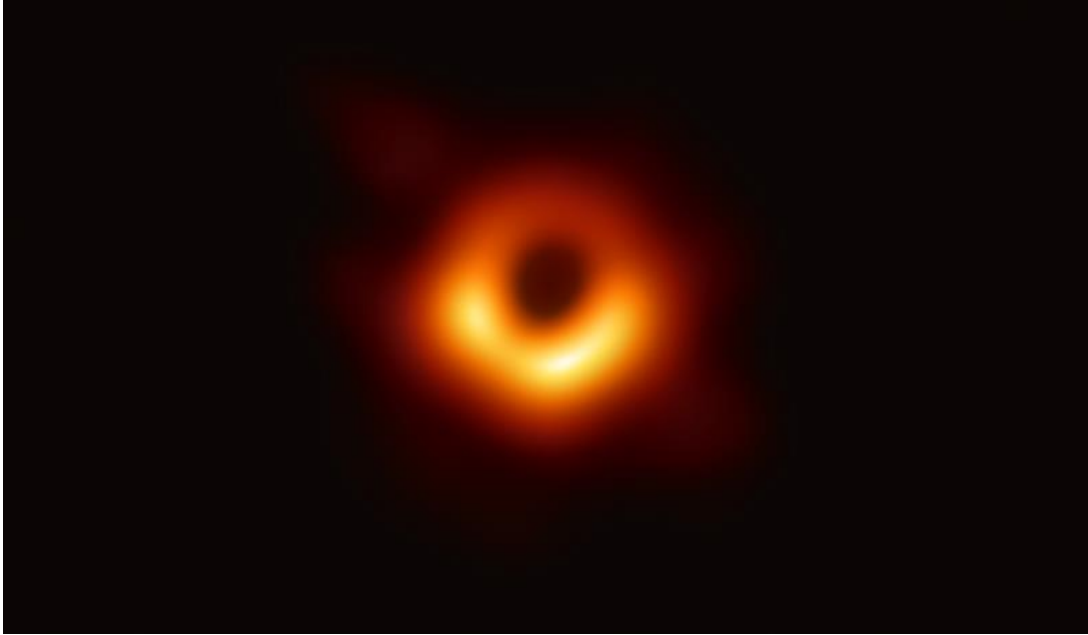
Bu noktada karadeliklerle ilgili başka bir hikâyeden, bir başarı hikâyesinden bahsetmemiz gerekir. Bazı veriler, eliptik bir galaksi olan Messier 87'nin (M 87) merkezinde süper kütleli bir karadeliğin olduğunu gösteriyor. M 87, Güneş sisteminden yaklaşık 55 milyon ışık yılı uzakta bulunuyor ve hesaplamalar merkezindeki karadeliğin Güneş kütlesinin 6,5 milyar katı olması gerektiğine işaret ediyor.



Görsel 5. M 87 galaksisinin merkez bölgesinin Chandra X-ray Gözlemevi'nden elde edilen görüntüsü.
(NASA /CXC / Villanova Üniversitesi / J. Neilsen)

M 87'nin Chandra tarafından alınan Görsel 5'teki görüntüsü atmosfer dışından elde edildiği için oldukça başarılıdır. Öte taraftan Dünya üzerindeki en büyük teleskoplarla bile yapılan gözlemler bundan daha detaylı bir görüntü elde etme olanağı sunmaz. Hem atmosfer buna engel olur hem de daha detaylı bir görüntü için Dünya büyüklüğünde bir teleskopa ihtiyaç duyulur. Görsel 6'daki görüntü çok büyük bir ekibin yoğun bir çaba ve işbirliği ile 2017 yılından itibaren Dünya'nın dört bir yanındaki teleskopları aynı anda kullanması ve veriyi uzay araçlarından gelenlerle birleştirmesi sonucu ancak uzun süren analiz ve simülasyonlardan sonra elde edildi. Ekip bu görüntüyü elde edebilmek için hemen hemen her kıtada çalıştı. Bu gerçekten muhteşem bir işbirliğidir. Çünkü en basitinden aynı anda görüntü alınabilmesi için bile tüm gözlem merkezlerindeki hava koşullarının buna uygun olması gerekir. Sonunda ortaya çıkan veri, büyüklüğünden dolayı uzaktan ağ üzerinden taşınamazdı. Bu nedenle veri,

süper bilgisayarlarla birleştirilmek üzere araçlarla fiziki olarak taşınarak bir araya getirildi. Böylece olay ufkunun yakınında bir karadeliğin kütleçekim etkisinin görüntülenmesi tarihsel başarısı elde edildi.



Görsel 6. M 87 galaksisinin merkezindeki karadeliğin görüntüsü.

(<https://eventhorizontelescope.org/press-release-april-10-2019-astronomers-capture-first-image-black-hole>)

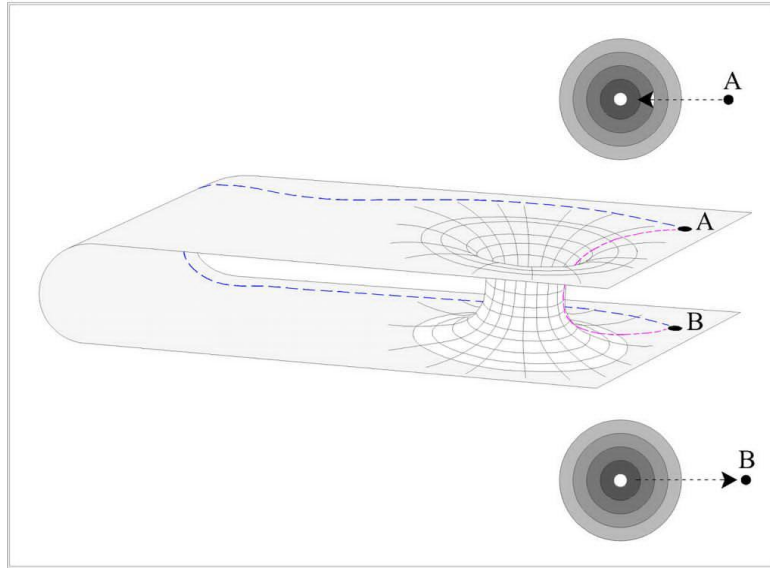
Sonuçta M 87 galaksisinin merkezindeki karadeliğin bu yeni görüntüsü, EHT (Event Horizon Telescope), NASA'ya ait birkaç uzay aracı, Chandra X-Işın Gözlemevi, NuSTAR (Nuclear Spectroscopic Telescope Array), Neil Gehrels Gözlemevi Uzay Teleskopu ve gezegenimiz üzerinde başka pek çok araştırma merkezinin katkılarıyla, farklı dalga boylarındaki gözlemler eşzamanlı yürütülerek elde edildi.

Böylece karadeliklerin sadece kuramsal nesneler olmadığını, fiziksel varlıklarına ilişkin çok sayıda güçlü kanıt olduğunu söyleyebiliriz. Bununla birlikte astrofizikçiler içinde küçük bir azınlığın karadeliklerin fiziksel varlığı ile ilgili ciddi kuşkulara sahip olduğunu da belirtmek gerekir. Örneğin Alman astrofizikçi Wolfgang Kundt, gözlenen parlak bölgelerin yüksek kütleli yanan diskler olabileceğini düşünüyor. Ayrıca Kundt, karadelik olduğunu düşündüğümüz bazı astrofiziksel nesnelerin yüksek kütleli akma diskine sahip nötron yıldızları olabileceği konusunda da bazı kuşkulara sahip. Yine de son yıllardaki gelişmeler karadeliklere ilişkin bakış açımızı derinden etkiledi. Ayrıca matematiksel tekillikler, bir bakıma şu an için bildiğimiz tüm fiziksel kuramların çöktüğü noktayı temsil ediyor. Şimdilik, Kuantum Mekaniği ile Göreliliğin bir arada çalıştığı evrensel bir teoriye sahip değiliz. Bu nedenle kuantum kütleçekim alanındaki yeni kuramsal çalışmaların bu konuda ne söyleyeceğini henüz kimse bilmiyor. Karadelikler üzerine yürütülen gözlemsel çalışmalar ve yukarda örneğini sunduğumuz yoğun çabalar fiziksel gerçekliğe yönelik yeni kuramların keşfedilebilmesi için bize zengin olanaklar sunabilir.

Solucan Delikleri

Genel Görelilik Teorisinin kuramsal bir tahmini olan solucan deliklerini iki farklı uzay-zaman bölgesini birleştiren bir tünel olarak düşünebilirsiniz. Tıpkı Newton uzayında elmanın yüzeyindeki bir bölgeden yine elmanın yüzeyindeki bir başka bölgeye açılan bir solucan deliği gibi! Einstein alan denklemlerinin yukarıda tartıştığımız Schwarzschild çözümünün bir sonucu da solucan delikleridir. Buna ilk olarak 1916'da Avusturyalı fizikçi Ludwig Flamm dikkat çekti.

Şekildeki gibi kırılmadan ikiye katlanmış bir kâğıt üzerinde yolculuk eden bir karınca için A noktasından B noktasına giden birçok olası yol vardır. Şekil üzerindeki mavi çizgi bu yollardan sadece biridir. Fakat solucan deliğinden geçen pembe renkli kısa yol, kâğıt üzerindeki diğer yollardan topolojik olarak farklıdır. Aslında bu şeklin üç boyutlu bir karşılığı daha gerçekçi bir anlayış sağlar. Bu durumda solucan deliği içindeki eş merkezli çemberler şekilde gösterilen iç içe geçmiş gri küreler olarak düşünülebilir. Solucan deliğinin A tarafından pembe yolu izleyerek içeri giren bir karınca tünel içinde ilerlerken tünelin merkezine ulaşana kadar git gide küçülen kürelerin içinden geçer. Tünelin merkezinden sonra ise içinden geçtiği küreler yolculuk boyunca git gide büyür. Işığın A'dan B'ye uzay-zaman içindeki bir olası yörüngesini (örneğin mavi çizgili yol) göz önüne aldığımızda teorik olarak solucan deliğinden geçen bir şeyin ışıktan hızlı bir şekilde B noktasına ulaşacağı söylenebilir. Elbette ışığın da aynı yolu izlemesi durumunda hiçbir şey ışıktan önce B noktasına ulaşamaz.



Görsel 7. Bir solucan deliğinin iki boyuttaki temsili.

Başlangıçta Flamm'ın, Schwarzschild çözümüne ilişkin oldukça tuhaf görünen bu yorumu fizik dünyasında çok fazla dikkate alınmadı. Solucan delikleri, 1935 yılında Flamm'ın çözümünden habersiz olduğunu bildiğimiz Einstein ve Amerikalı fizikçi Rosen tarafından yeniden keşfedildi. Einstein ve Rosen tarafından yazılan *"The Particle Problem in the General Theory of Relativity"* isimli makalede bu konu ele alınmıştır. O tarihten sonra yine Flamm'ın

çözümünden habersiz olan fizikçiler tarafından solucan delikleri, *Einstein-Rosen Köprüsü* olarak adlandırıldı.

Solucan delikleri tamamen matematiksel bir öngörü olarak karşımıza çıkıyor. Uzay-zamandaki fiziksel varlıkları hakkında herhangi bir gözlemsel ya da bir dolaylı bir kanıt yok. Solucan delikleri gerçekten evrende var mı? Bu sorunun cevabını kimse bilmiyor. Eğer solucan delikleri matematiksel bir öngörünün ötesinde gerçekten fiziksel olarak varsa ışığın bile kaçamayacağı kadar eğilmiş bir uzay-zaman bölgesi olan karadeliklerin solucan deliklerinin girişi olması mümkündür.

Daha önce Schwarzschild çözümünden elde edilen metrik denklemdeki $R = 2GM / c^2$ tekiliğinin matematiksel olarak bir koordinat tekiliği olduğunu söylemiştik. Schwarzschild koordinatları ile Kruskal koordinatları olarak bilinen koordinatlar arasında bir dönüşüm yapıldığında Einstein alan denklemlerinin bu genişletilmiş çözümünde $r = 0$ 'da iki tekillik ortaya çıkıyor. Bu tekilliklerden birinin karadeliklerin tersi davranışlara sahip olan bir "*beyaz deliği*" temsil ettiği biçimindeki bir yorum teorik olarak mümkündür. Böylece kara deliğe düşen bir madde solucan deliklerinden geçerek evrenin başka bir yerinde beyaz deliklerden dışarı çıkabilir. Yine tamamen teorik olarak beyaz delikler belki başka bir zamana ya da başka bir komşu evrene açılabilir. Kara delikler modern astrofizikte birçok gözlem ve dolaylı kanıtla desteklenir ve yıldız evrimi teorisi ile de uyumludur. Fakat beyaz delikler, ikna edici hiçbir gözlemlerle desteklenmez hatta kuramsal düzeyde bile varlıkları tartışmalıdır.

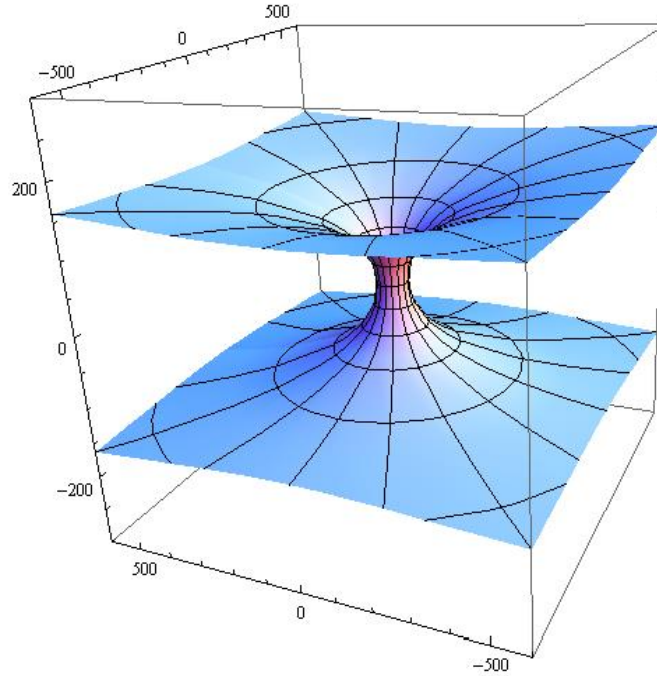
1960'lı yıllarda Amerikalı teorik fizikçiler Martin Kruskal ve John Wheeler'in çalışmaları ile Einstein-Rosen tarafından ele alınan solucan deliklerinin kararlı olamayacağı anlaşıldı. Yani Einstein-Rosen tarzı bir solucan deliği Genel Görelilik Teorisi nedeniyle o kadar hızlı bir biçimde kendi içine çöker ki ışık bile uzayın eğriliğinin sonsuz hale gelmesinden dolayı bu köprüden geçecek zamanı bulamaz! Bu nedenle bu tarz solucan deliklerinin aslında "*geçilemez*" oldukları söylenir.

Peki, acaba Einstein alan denklemlerinin başka bir çözümü geçilebilir bir solucan deliğine işaret edebilir mi? Schwarzschild çözümünü yaparken küresel bir madde dağılımını varsaymıştık. Sonra da alan denklemlerinin çözümünden bu madde dağılımı tarafından oluşturulan uzay-zamanın geometrisini elde etmiştik. Eğer küresel simetri gibi çok özel varsayımlar yapmasaydık, Einstein alan denklemlerini çözmemiz çoğu zaman mümkün olmayacak ya da çok daha zor olacaktı. Geçilebilir bir solucan deliği fikri 1988 yılında Amerikalı fizikçiler Michael S. Morris ve Kip S. Thorne tarafından yazılan "*Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity*" isimli makalede matematiksel olarak ilk defa ele alınır. Bu makaledeki temel fikir, verilen bir madde dağılımının uzay-zamanın geometrisini nasıl belirlediğini bulmak yerine sonsuz eğriliğe sahip olmayan, geçilebilir bir solucan deliğinin geometrisini belirleyerek, bu geometriyi Einstein alan denklemlerine yerleştirip, bunun için gerekli olan madde ve enerji yoğunluğunu bulmaya dayanır. Bu yaklaşım, Einstein alan denklemlerini çözmekten daha kolaydır. Morris

ve Thorne tarafından bu yolla elde edilen aşağıdaki metrik denklem geçilebilir bir solucan deliğine izin verir.

$$ds^2 = \left(\frac{dr^2}{1 - \frac{b(r)}{r}} \right) + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 - e^{2\phi(r)} dt^2$$

Burada b fonksiyonu solucan deliğinin şeklini belirler. Bu metrik denklemin temsil ettiği eğri uzay-zamanı bir Öklid uzayında aslına sadık kalarak çizemeyeceğimiz için uzay-zamanın eğimini canlandırmak amacıyla onu daha büyük bir Öklid uzayına gömülü eğimli bir yüzey olarak göstermeyi tercih ederiz. Bu yöntemle bir Morris- Thorne solucan deliğinin nasıl görüldüğünü canlandırmak için Mathematica programı kullanıyoruz.



Görsel 8. Morris-Thorne solucan deliği gömme diyagramı. (Mathematica programı ile çizdirildi.)

Einstein alan denklemlerinden elde edilen çözümlerin her biri farklı bir madde ve enerji dağılımına karşılık gelir. Acaba her madde ve enerji dağılımı fiziksel olarak anlamlı mıdır? Hayal edilmiş bir geometriye karşılık gelen bir madde enerji dağılımının her zaman fiziksel olarak mümkün olmasının bir garantisi yoktur. En azından Einstein alan denklemleri tek başına bunu garantilemez. Madde ve enerji dağılımının fiziksel olarak anlamlı olabilmesi için bazı koşulların da sağlanması gerekir. Bu koşullardan biri de “*zayıf enerji koşulu*” olarak bilinir. Buna göre gözlediğimiz madde ya da enerji yoğunluğu negatif olamaz. Dolayısıyla Einstein alan denklemlerinden bulunan madde ve enerji dağılımları içinde zayıf enerji koşuluna ve bir dizi başka koşula uymayanlar fiziksel gerçekliğe sahip olamayacağından elenebilir. Morris ve Thorne tarafından bir solucan deliğini kararlı tutabilmek için bulunan çözüm zayıf enerji koşulunu bozar.

Morris ve Thorne solucan deliğinin geometrisini gözlemlediğimizde zayıf enerji koşulunun neden bozulması gerektiğini biraz hissedebiliriz. Bir solucan deliğine giren madde ya da ışığın önce birbirine yaklaşması ama solucan deliğinin çıkışına doğru ilerlerken de birbirinden uzaklaşması gerekir. Işık ya da maddenin solucan deliğinin girişindeki davranışı kütleçekimi nedeniyle gerçekleşir. Peki, ya o zaman çıkıştaki itici etkinin kaynağı ne olabilir? Morris ve Thorne tipi geçilebilir bir solucan deliğinin kararlı olması ancak solucan deliğinin “egzotik madde” içermesiyle mümkün olabilir. Egzotik madde nedir? Egzotik madde, negatif enerji yoğunluğuna sahip ve çok büyük negatif basınca sahip olduğu düşünülen sıra dışı madde olarak tanımlanabilir. Egzotik madde kesinlikle parçacık fizikinden bildiğimiz anti madde değildir. Çünkü elektronun anti parçacığı olan pozitron, pozitif elektrik yüküne sahiptir ama yine de elektron gibi onun da kütlesi pozitiftir. Bir araya geldiklerinde pozitif enerjili gama ışını ortaya çıkar. Oysa negatif kütleli egzotik madde, bildiğimiz maddeye göre çok tuhaf özellikler taşıyor olmalıdır. Örneğin hareket halindeki bir egzotik maddeyi durdurmak için ona hareketi yönünde kuvvet uygulamak zorunda kalabiliriz! Bütün bu tuhaf özelliklerine rağmen egzotik maddenin enerji ve momentum korunum yasalarını ihlal etmek zorunda olmadığını söylemekle yetinebiliriz. İlgili okuyucu, egzotik maddenin klasik fizik açısından kapsamlı bir tartışması için Richard H. Price tarafından 1993 yılında yazılan “*Negative mass can be positively amusing*” isimli eğlenceli makaleye bakabilir. Egzotik madde sadece solucan deliklerini kararlı tutmak için önerilen bir madde değildir. Örneğin boş uzayda iki yüksüz metal plaka birbirine paralel olacak şekilde yaklaştırıldığında boşluk dalgaları nedeniyle çekici bir kuvvete maruz kalırlar. Bu etki kuantum alan teorisinde *Casimir Kuvveti* olarak bilinir. Kuantum alan teorisinde plakalar arasındaki enerji yoğunluğu negatif olarak bulunur. Dahası kuramsal fizikte negatif enerji yoğunluğu başka olaylarda da ortaya çıkmaktadır.

Solucan deliklerinin kararlı olabilmesi için egzotik madde içermesi gerektiğini söyledik. Bu sonuç elbette Einstein alan denklemlerinin çözümünden gelir. Oysa Genel görelilik teorisi kuantum mekaniği ile uyumsuzdur. Gelecekte keşfedilebilecek bir birleşik teorinin solucan delikleri konusunda bize ne söyleyeceğini ise henüz hiç birimiz bilmiyoruz.

Solucan deliklerinin günümüz kuramsal fiziğinde oldukça ilgi çeken bir araştırma alanı haline gelmesinin bir nedeni de kuantum dolaşıklık kavramı ile düzgün bir şekilde bükülmüş bir uzay-zaman geometrisi arasında uyum olduğunun gösterilmesidir. Bazı fizikçiler tüm kurgusal yönlerine rağmen solucan delikleri ile kuantum dolaşıklığın aynı madalyonun iki farklı yüzü olabileceğini düşünmektedir.

Carl Sagan, olağanüstü fikirler olağanüstü kanıtlar gerektirir, demişti. Matematiksel öngörüler ve yaratıcı kurgusal fikirler, kuramsal fiziğin gelişimine her zaman katkıda bulunmuştur. Bununla birlikte fiziksel evreni anlama yolunda önemli bir rol oynayan kurgusal fikirlerimiz, estetik ve güzellik anlayışımızdan daha çok gözlem ve deneye dayandığı sürece heyecan verici yeni keşifler yapmamız mümkün olur.

Kaynaklar

Carroll, S. M. (1997) 'Lecture Notes on General Relativity'.

Dray, T. (2019) 'Using Embedding Diagrams to Visualize Curvature', pp. 1–15.

Einstein, A. and Rosen, N. (1935) 'The particle problem in the general theory of relativity', *Physical Review*, 48(1), pp. 73–77. doi: 10.1103/PhysRev.48.73.

Jensen, K. and Karch, A. (2013) 'Holographic dual of an Einstein-Podolsky-Rosen pair has a wormhole', *Physical Review Letters*, 111(21), pp. 1–5. doi: 10.1103/PhysRevLett.111.211602.

Kundt, W. (2005) *Astrophysics A New Approach*. Springer.

M.P. Hobson, G.P. Efstathiou, A. N. L. (2006) *General Relativity An Introduction for Physicists*.

Morris, M. S. and Thorne, K. S. (1988) 'Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity', *American Journal of Physics*, 56(5), pp. 395–412. doi: 10.1119/1.15620.

Price, R. H. (1993) 'Negative mass can be positively amusing', *American Journal of Physics*, 61(3), pp. 216–217. doi: 10.1119/1.17293.

Thorne, Kip, C. N. (2014) *Science of Interstellar*. W. W. Norton & Company.